

4. Angabezettel WS 2007/2008
135.044 Mathematische Methoden der Theoretischen
Physik—Übung

31)

Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^4 \delta(B^4(x-B)) dx \quad .$$

32)

Berechnen Sie das folgende Integral:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \delta(x^2 - 5xy + 6y^2) \delta(64x^2 - 320xy + 400y^2 + 4x + 18y + 9) \varphi(x, y) \quad .$$

33)

Für welchen Wert $k \in \{0, 1, 2\}$ ist das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dz \delta(e^{x^2} - e + y - z) \delta(y^2 + x^2 - k) \delta(2z - 2y) \cos(\pi xyz)$$

nicht elementar lösbar? Berechnen Sie den Integralwert für die beiden anderen k -Werte. Hinweis: $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan x$.

34)

Vereinfachen Sie das Funktionale

$$\left(\frac{d}{dx} - \omega \right) (\theta(x)e^{\omega x} + \theta(-x)e^{-\omega x}) .$$

35)

Berechnen Sie die n -te Derivierte der verallgemeinerten Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & -\pi \leq x \leq \pi; \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

36)

Berechnen Sie die n -te Derivierte der verallgemeinerten Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ x^2, & -1 < x < 1; \\ 0, & x \geq 1. \end{cases}$$

37)

Berechnen Sie die n -te Derivierte der verallgemeinerten Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1; \\ \operatorname{sgn}x, & -1 \leq x \leq 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

38)

Berechnen Sie

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{\varepsilon \exp[-x^2/2\varepsilon]}{x^2 + \varepsilon^2}$$

durch Anwendung auf Testfunktionen.

39)

Ist $\{f_n\}$ mit $n = 1/b$ und

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{b\pi}} e^{-\frac{x^2}{b}}$$

eine Deltafolge? Hinweis: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$

40)

Ist $\{f_n\}$ mit

$$f_n = \begin{cases} n & \text{für } -\frac{1}{2n} < x < \frac{1}{2n} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

eine Deltafolge?